Impacto de los rebrotes de contagios de coronavirus en la curva logística peruana de infectados

Mg. Geraldo Schabauer Picasso, Profesor Investigador y Docente Emérito del ICTE
Dr. Guillermo Baca Calderon , Director de la Escuela de Post Grado del ICTE
Dr. Geraldo Schabauer Murguia, Investigador Colaborador

RESUMEN

En el presente estudio, se aborda el problema del impacto generado por los rebrotes de contagios por coronavirus, en los parámetros que definen la curva logística peruana de infectados, y también, en la curva logística de los recuperados de la enfermedad.
En ese sentido, tenemos el objetivo de establecer modelos matemáticos logísticos para los infectados y los recuperados, que consideran el impacto que generan los rebrotes de contagios, y también de las mejoras en la respuesta sanitaria del Sistema de Salud del Perú, respectivamente.Con esta finalidad, se emplearán los datos oficiales al respecto, que se difunden diariamente por la Sala Situacional COVID-19, del Ministerio de Salud Peruano, comprendidos dentro del período temporal de la investigación.Con los resultados que se obtengan, se estimarán el número máximo de infectados y su fecha de ocurrencia; y además, se establecerá una metodología que estima la cantidad diaria, de la suma de las personas hospitalizadas con las personas fallecidas, en base a un promedio aritmético móvil.Todo aquello nos permitirá estimar, la fecha de ocurrencia de la extinción de la enfermedad en el Perú.

PALABRAS CLAVE:
Curva logística de infectados, curva logística de recuperados, rebrotes de contagios por coronavirus, cantidad máxima de infectados, tiempo de extinción de la enfermedad.

ABSTRACT

In the present study, the problem of the impact generated by the outbreaks of contagions by coronavirus is addressed, in the parameters that define the Peruvian logistic curve of those infected, and also in the logistic curve of those recovered from the disease.
In this sense, we have the objective of establishing mathematical logistic models for the infected and the recovered, which consider the impact generated by the outbreaks of infections, and also the improvements in the health response of the Peruvian Health System, respectively. For this purpose, the official data in this regard will be used, which is disseminated daily by the COVID-19 Situation Room of the Peruvian Ministry of Health, included within the time period of the investigation. With the results obtained, the maximum number of infected people and their date of occurrence will be estimated; and in addition, a methodology will be established that estimates the daily amount of the sum of the people hospitalized with the deceased, based on a moving arithmetic average. All this will allow us to estimate the date of occurrence of the estimate of the disease in Peru.

KEY WORDS:
Logistic curve of infected, logistic curve of recovered, outbreaks of contagion by coronavirus, maximum number of infected, time of extinction of the disease.

INTRODUCCIÓN

Para el manejo, el control y el diseño de las estrategias de lucha, contra las infecciones causadas por el coronavirus en el Perú, resulta muy importante, tener modelos matemáticos que permitan determinar la evolución de la enfermedad, su valor máximo y la estimación confiable de su fecha de ocurrencia.

Todo esto se pudo lograr, con las estimaciones matemáticas de los modelos logísticos, que se han propuesto en nuestro artículo científico anterior "Modelo Logístico aplicado al pronóstico diario de infectados por coronavirus en el Perú": (Schabauer, Baca, & Schabauer, 2020); sin embargo los resultados fueron alterados por los cambios en las tendencias, en la evolución de la enfermedad, causada por los rebrotes de contagios por coronavirus.

Estos modelos emplearon los datos oficiales para su confección, que son difundidos diariamente, por la Sala Situacional COVID-19, del Ministerio de Salud Peruano. (Ministerio de Salud, 2020)

Pero solo empleamos los datos oficiales, a partir del miércoles 08 de abril 2020, porque desde esa fecha, se mostraron en forma diaria un número muy importante, cuyos acumulados tienen un nivel de confianza estadístico del orden del 99%, con errores de muestreo menores o iguales al 1%, lo que es preciso y confiable.

Empleamos el modelo logístico, que puede verse en "Navas-Ureña, J., Esteban, F. J., & Quesada-Teruel, J. M. (2009). Modelos matemáticos en biología. Teoría. Jaén: Universidad de Jaén España" (Navas-Ureña, Esteban, & M., 2002); pero más específicamente, usamos el modelo logístico con captura de la especie, que puede verse en, Verdes Piñeiro, M. (2015). Síntesis de dinámica de poblaciones, con aplicación a sistemas de pesca/capturas. (Verdes Piñeiro , 2015), debido a los esfuerzos del Gobierno Peruano, en la recuperación sanitaria de los infectados (c), que se mide como la división del número de personas que son dados de alta diariamente, entre el número de días transcurridos del Estado de Emergencia Sanitaria, impuesto por el Gobierno.

Para el ajuste de datos oficiales al modelo logístico, empleamos el método de las sumas de King y Hardy, el que puede verse en el "Programa Académico de Master en Ciencias Actuariales y Financieras, del Postgrado de la Universidad de Valencia, España, en el Modulo: Métodos Cuantitativos". (Valencia, 2012)

Todo esto ocurrió, dentro de un escenario con mucha incertidumbre, que aún persiste en el Perú, tanto en el Gobierno como en los ciudadanos, debido a los pronósticos incorrectos de investigadores, que usaron modelos matemáticos aplicados a la epidemiología, como se puede ver, por ejemplo, en el artículo "¿Cuándo se termina el coronavirus?" (Jianxi Lou, 2020), en donde, se señalan pronósticos para varios países, entre ellos el Perú.

Pero los modelos matemáticos epidemiológicos, son muy importantes para el estudio de la propagación de las enfermedades y existe amplia literatura al respecto, como puede verse, por ejemplo, en "Efraín Granadillo De la Hoz y Ludys Polo Lopez" (Granadillo de la Hoz & Polo Lopez, 2016), en "Pliego, E. C. Modelos epidemiológicos de enfermedades virales infecciosas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla" (Pliego, 2011) y en "Montesinos-López, Osval y Hernández-Suárez, Carlos, Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas. Salud pública de México, vol 49, 218-226". (Montesinos-Lopez & Hernandez-Suarez, 2007).

Por otro lado, los modelos matemáticos epidemiológicos, emplean sistemas de ecuaciones diferenciales con parámetros de la enfermedad, como puede verse en el artículo de Wikipedia; (Wikipedia, 2020), sin embargo, las infecciones por coronavirus, representan el caso de una nueva enfermedad, que aún está en estudio.

Al respecto, en el periódico de España eldiario.es (eldiario.es, 2020), en un artículo periodístico extenso señala las causas de los pronósticos incorrectos de los modelos epidemiológicos sobre la propagación del coronavirus, mediante las opiniones de algunos científicos; entre ellos, el del Físico Yamir Moreno de la Universidad de Zaragoza y la Fundación Italiana ISI: "Es necesario predecir con precisión, no basta con saber el pico más o menos, sino cuándo será exactamente; de nada te vale tomar medidas muy drásticas, que van a salir muy caras económicamente, antes de tiempo. Quieres saber cuándo de verdad no queda más remedio, y eso los modelos no podían decirlo, por el desconocimiento de la enfermedad".

El caso de las infecciones por coronavirus en el Perú, sigue causando un marcado asombro mundial, porque el Gobierno Peruano declaró el Estado de Emergencia Sanitaria el día miércoles, 11 de marzo 2020; y en algo más de 100 días después, ya cuenta con más de 300,000 infectados. Esto puede observarse en las publicaciones de algunos periódicos, como por ejemplo, El Clarín, (Clarin, 2020), The New York Times (Times, 2020) y en el Portal de Noticias de Microsoft News (News, 2020), entre otras publicaciones, debi-

do a estrategias basadas en pronósticos incorrectos.
Los pronósticos de los modelos matemáticos epidemiológicos, influyeron en las percepciones que tenía el Gobierno Peruano, sobre la evaluación de la propagación de las infecciones. En efecto, basta con recordar algunas opiniones vertidas al respecto, en diversas entrevistas periodísticas y en los Mensajes televisados a la Nación (Perú, 2020):
El día miércoles 01 de abril 2020: "En 9 días llegamos al pico de la curva".
El día lunes, 13 de abril 2020: "La curva de infectados muestra un posible punto de inflexión, en el día domingo 12 de abril 2020".
El día viernes, 08 de mayo 2020: "La evolución de la enfermedad en el país, ha sido mucho más rápida de lo que esperábamos"; "Nadie sabe exactamente, cual es la evolución del virus en el mundo".
Por otro lado, hay que tener en cuenta, la gran importancia que tiene el conocer el valor máximo de la cantidad de infectados (Imax) y de su fecha de ocurrencia; pero también resulta sumamente importante, el poder conocer los escenarios, de evolución en la disminución de la cantidad acumulada de los infectados por coronavirus, una vez que por los controles del Gobierno y de la participación oportuna de los ciudadanos, el virus vaya perdiendo su fuerza de infección, tendiendo hacia su extensión.

Del mismo modo, también es muy útil, saber la fecha de la ocurrencia de su extinción, para mejorar la eficacia de las estrategias orientadas a este propósito. En los modelos matemáticos epidemiológicos, el tiempo de extinción de la enfermedad, está asociado a la magnitud que toma el Número Reproductivo Básico (Ro), el que debe ser menor que 1, para que se produzca la extinción de la enfermedad; como puede verse, por ejemplo, en "Gamboa Pérez, M. Estudio en tiempo discreto de la expansión de una epidemia" (Gamboa Perez, 2017), en donde, también considera el número de etapas hasta la extinción, y además, también, puede verse en "García, L. O. B. Persistencia, extinción e invasión de una epidemia: Retroalimentación de un modelo matemático" (Garcia, 2010), en donde, para explorar la extinción de la epidemia se emplea el mapeo de retorno.

PLANTEO DE LA SOLUCION DEL PROBLEMA INVESTIGADO

Los datos oficiales de la acumulación diaria de los infectados tienen un comportamiento que obedece al modelo logístico de Verhulst (1838):

$$I=B/(1+A[\exp(-kt)])$$

En donde, "B" representa la capacidad potencial de infección del virus, y geométricamente es la asíntota horizontal superior que limita el crecimiento de la curva logística; "k" es la tasa del aumento de la cantidad de infectados, propia de las infecciones del virus; "A" es el factor de ubicación del punto de inflexión de la curva logística, cuya ordenada en la curva es (B/2). Con la ayuda de este modelo y sus propiedades ajustadas a los datos oficiales, se estimarán el valor de sus parámetros.
Por otro lado, los datos oficiales de la acumulación de los recuperados (los que se dan de alta médica), tienen un comportamiento aproximado logístico; por lo que también, se les aplicará el modelo logístico:

$$R=B/(1+A[\exp(-kt)])$$

En donde, la interpretación de sus parámetros es semejante a la del caso anterior. Además, "t" es el factor temporal considerado.

Para fines de pronóstico diario de los infectados y los recuperados, se simplificarán los modelos logísticos anteriores a la forma:

$$I=B/(1+[\exp(-kt)])$$

Por el hecho de tener una forma más sencilla (A=1) y por el seguimiento diario que hacemos del problema tratado.

En estos modelos haremos correcciones al valor de "k", y además, al valor de "B" mediante el empleo de diferenciales e incrementos; lo que nos permitirá efectuar el pronóstico diario de los infectados y los recuperados que se han ido acumulando.

Para el caso del pronóstico diario de la suma de los hospitalizados (H) y los fallecidos (F), emplearemos una media aritmética móvil, lo que nos permitirá estimar el valor diario de: (H+F).

PROPOSITO DE LA INVESTIGACION

Estimar los parámetros de la curva logística peruana de infectados, que es impactada por los rebrotes de contagios por coronavirus, con la adecuada precisión para efectuar pronósticos, dentro del período temporal de la investigación; estimar la cantidad máxima de infectados, en virtud de la respuesta sanitaria (c) del Sistema de Salud Peruano y su fecha de ocurrencia.

Estimar los parámetros de la curva logística peruana de recuperados, que está relacionada con el mejoramiento del Sistema de Salud Peruano, dentro del período temporal de la investigación, con la finalidad de efectuar pronósticos diarios.

Estimar la magnitud diaria de la suma de las personas hospitalizadas y fallecidos.

En base a lo anterior, estimar el tiempo de extinción de la enfermedad y su posible fecha de ocurrencia.

MATERIALES

Emplearemos los datos oficiales de la Sala Situacional COVID-19 del Ministerio de Salud del Perú a partir del día miércoles 08 de Abril de 2020, porque la cantidad de muestras tomadas proveen un alto nivel de confianza y un bajo error de muestreo.

Para estimar el número máximo de infectados emplearemos la expresión:

$$Imax = (B)/2+\sqrt{(B^2/4-Bc/k)}$$

Que es un valor inferior a la magnitud de la asíntota B del modelo logístico, porque esta fórmula corresponde al valor asintótico del modelo logístico con captura de la especie, cuya ecuación diferencial puede verse en el libro de James Stewart, (Stewart, 2001), pag. 547); en donde, "c" es la tasa de recuperados diarios en promedio, de las personas infectadas que han sido dadas de alta médica.

Con respecto al empleo de este estimador, señalamos el artículo de la revista Digitum (2020): Entender una epidemia: El Coronavirus en España, situación y escenarios, cuyo autor es Antonio Guirao Piñera, (Guirao Piñera, 2020) , del Departamento de Física de la Universidad de Murcia, en donde, se señala que: "la altura del pico y el momento que ocurre dependen de varios parámetros de forma individual, y no globalmente de la tasa de crecimiento que observamos. Por eso, no sabemos con anterioridad cuándo se alcanzará el pico ni que intensidad tendrá; sólo podemos hacer estimaciones".

A partir del valor estimado del número máximo de infectados (Imax.) se aplicará la fórmula:

$$Imax.=N[1-(1+LnR_0)/R_0]$$

Para determinar el número reproductivo básico (R0), quien señala la cantidad de personas no infectadas que una persona infectada puede contagiar la enfermedad, y que para valores $R0 \leq 1$, la enfermedad tiende hacia la extinción. Dicha fórmula puede verse en la Revista Investigación y Ciencia (Mayo de 2020) en el artículo "Cómo modelizar una pandemia" (Bartolo, Ballesteros, & Miramontes, 2020) , cuyos autores son Luque/Ballesteros y Miramontes. Por otro lado, en el citado libro de Stewart, J. (2001, p.547); se señala lo siguiente: "Existe considerable evidencia que soporta la teoría que para algunas especies, existe una población mínima (m), tal que las especies se extinguirán si el tamaño de la población cae debajo de ese valor. Esta condición puede ser incorporada en la ecuación logística introduciendo el factor (1-m/I). Entonces, la ecuación diferencial modificada es: $dI/dt=kI(1-I/B)(1-m/I)$".

La solución puede verse en la página A107, de la cual igualamos a cero su numerador, para establecer una fórmula que estime el tiempo de extinción de la enfermedad, que señalamos a continuación:

$$t_{(ext.)}=B/(k(B-I_0))-Ln[((I_0)(B-m))/((B)(I_0-m))]$$

Para estimar el tiempo de extinción de la enfermedad a partir del máximo número de infectados (Imax.), desde donde empiece a disminuir la cantidad de infectados; hacemos en la fórmula anterior:

$$I0=Imax$$
$$m=R+H+F$$

Que corresponde a la suma de los recuperados, los hospitalizados, y los fallecidos, en el momento en que ocurra Imax.

METODOS

Se ajustarán los datos oficiales de los infectados y recuperados, al modelo logístico con captura de la especie y al modelo logístico de Verhulst respectivamente, mediante el empleo del método de las sumas de King y Hardy, que puede verse, por ejemplo, en el Programa Académico de Máster en Ciencias Actuariales y Financieras del Postgrado de la Universidad de Valencia, España, en el Módulo de Métodos Cuantitativos, que ya hemos citado.
Como complemento de lo anterior, se empleará la propiedad de la curva logística, que señala que en su punto de inflexión, ocurre que su derivada es un valor máximo. Como aproximación a la derivada emplearemos incrementos: $dI/dt\approx\Delta I/\Delta t=\Delta I/(1\ \text{día})=\Delta I$, lo que implica, ubicar el máximo valor de los in-

crementos diarios de infectados y también para los recuperados, para poder referenciar la ubicación del punto de inflexión.
Pero como los rebrotes observados en las infecciones, tienden a modificar los parámetros del modelo logístico de infectados, y lo mismo ocurre en el modelo logístico de recuperados, debido a las mejoras sanitarias del Sistema de Salud Peruano; se hará el seguimiento correspondiente, pero empleando para ambos casos, el modelo logístico centrado en su punto de inflexión:

$$I=B/(1+\exp(-kt))$$

Con ello, se tendrán modelos más sencillos de aplicar e interpretar; sin embargo, si se desearan considerar modelos logísticos más completos, ellos pueden verse en el artículo de Medina Mendieta, J., Cortés Cortés, M.y Cortés Iglesias, M. (Medina, Mendiata, Cortes, Cortes, & Cortes, Iglesias, 2020) , en la Revista Habanera de Ciencias Médicas de La Habana, Cuba: Ajuste de curvas de crecimiento poblacional aplicadas a la COVID-19 en Cuba.
Una vez obtenidos los modelos logísticos simplificados que se acaban de mencionar, tanto para el caso de los infectados como para el caso de los recuperados, se someterán a correcciones sucesivas, debido al seguimiento diario que hacemos de los datos oficiales al respecto; así se toma en cuenta, tanto los efectos de los rebrotes de los infectados, como las mejoras de la respuesta sanitaria del Sistema de Salud, para el caso de los recuperados. De este modo se corrigen tanto el valor de la tasa de crecimiento (k), como la magnitud de la asíntota (B), y con ello, se procede al pronóstico de los infectados y los recuperados para el día siguiente; en forma sucesiva, dentro del período temporal de la investigación.
Presentamos ejemplos sobre estas correcciones, pero señalamos que la corrección de la tasa de crecimiento (k), se hará como fue presentado en nuestro trabajo anterior ya mencionado: Schabauer Picasso, G., Baca Calderón, G. y Schabauer Murguía, G. (2020), ya citado.
En cambio, para la corrección de la asíntota (B), habiendo corregido previamente la tasa de crecimiento (k), para considerarla aproximadamente constante; aplicamos derivadas, diferenciales e incrementos al modelo logístico simplificado y con la asíntota (B) despejada: $B=(I)[1+\exp(-kt)]$.
Aplicando la fórmula de la derivada de un producto y simplificando, se obtiene:

$dB/dt=[1+\exp(-kt)](dI/dt)-kI\exp(-kt)$; despejando:

$$dB=[1+\exp(-kt)](dI)-[kI\exp(-kt)]dt$$

Teniendo incrementos como aproximación:

$$\Delta B\approx[1+\exp(-kt)](\Delta I)-[kI\exp(-kt)](\Delta t)$$

Pero en el problema en estudio, como se hace seguimiento diario: $\Delta t=1$ día; entonces:

$$\Delta B\approx[1+\exp(-kt)](\Delta I)-kI\exp(-kt)$$

Con esta fórmula se hará la corrección diaria de la asíntota, en donde, los valores de (k),(t) e (I), corresponden al estado inicial o anterior, mientras que la magnitud de (ΔI), corresponde al estado final o actual.
De manera semejante, a lo señalado en los literales e y f anteriores, se procederá a corregir los valores de (k) y de (B) para el caso de los recuperados, con interpretaciones semejantes. La fórmula de corrección de (B), será:

$$\Delta B\approx[1+\exp(-kt)](\Delta R)-kR\exp(-kt)$$

Se evaluarán los pronósticos que resulten de estas correcciones, para medir su precisión, mediante el cálculo del error relativo porcentual:

$$e\%=((\text{valor promedio}-\text{valor oficial})/(\text{valor oficial}))*100\%$$

Como ejemplo para el caso de los infectados, tenemos el modelo logístico simple, vigente para el día miércoles 22 de Julio de 2020: $I=499963/(1+\exp(-0.03.619)t)$,cuyo origen (t=0) es para el día viernes 19 de Junio de 2020. Entonces, debemos corregir el modelo, para formular los pronósticos para el día siguiente jueves 23 de Julio de 2020. En primer lugar, se corrige la magnitud de la tasa de crecimiento (k), sabiendo que el día miércoles 22 de Julio de 2020, hubieron oficialmente I=366550 infectados; luego:

$$366550= 499963/(1+e^{(-33k)}) \qquad k \approx 0.030627$$

Teniendo presente que t=33 corresponde al día 22 de Julio de 2020; contada a partir del origen considerado (t=0) en el día viernes 19 de Junio de 2020. A continuación, se corrige la asíntota (B), empleando la fórmula señalada en el literal f, anteriormente señalado; empleando las magnitudes:

k anterior = 0.030619; t anterior=33; I anterior=362087 infectados;
ΔI (actual)=366550-362087=4463, que corresponde a la diferencia de los infectados oficiales del día miércoles 22 de Julio de 2020 y el día martes 22 de Julio de 2020.

Efectuando operaciones indicadas, obtenemos: $\Delta B\approx2052$ infectados.
Luego: B corregida = B anterior + ΔB = 499963+2052= 502015 infectados
Entonces el modelo logístico corregido: $I=502015/(1+\exp(-0.030627)t)$; con el origen (t=0), el día vi-

ernes 19 de Junio de 2020. Con este modelo haremos el pronóstico del día siguiente jueves 23 de Julio de 2020, empleando t=34; entonces: $\hat{I}$≈371041 infectados, se esperan para el día jueves 23 de Julio de 2020. Pero oficialmente hubieron para ese día: I=371096 infectados.

Luego calculamos el error relativo porcentual cometido, empleando la expresión del literal h anterior:
e%=((371044-371096)/371096)*100% -0.014013%; el cual es un error por defecto muy bajo, con el cual se tiene una buena precisión en los pronósticos que se efectúen. A continuación, se hace el mismo proceso de cálculo anterior, para formular el pronóstico de los infectados del día viernes 24 de Julio de 2020; y así sucesivamente. Más adelante se construirá un cuadro resumido de estos pronósticos.
De manera semejante se procede para el caso de los recuperados. Sea, por ejemplo, el modelo logístico simple, vigente para el día miércoles 22 de Julio de 2020:

R=367334/(1+exp(-0.039367)t), con origen (t=0) el día jueves 02 de Julio de 2020.

Haremos sus correcciones para formular los pronósticos del día siguiente jueves 23 de Julio de 2020. Corregimos en primer lugar la tasa de crecimiento (k), sabiendo que para el día miércoles 22 de Julio de 2020, hubieron oficialmente 252246 recuperados; luego:

252246=367339/(1+e^(-20k))   k≈0.039233;

Teniendo en cuenta, que para t=20 corresponde al día miércoles 22 de Julio de 2020; contada a partir del origen considerado (t=0) en el día jueves 02 de Julio de 2020. Enseguida se corrige la asíntota (B), empleando las magnitudes:

k anterior = 0.039367; t anterior = 20; R anterior = 248746 recuperados; ΔR (actual) = 252246-248746=3500, que corresponde a la diferencia de los recuperados oficiales del día miércoles 22 de Julio de 2020 y el día martes 21 de Julio de 2020.

Al ejecutar operaciones con la fórmula del literal anterior g, obtenemos: ΔB≈637
Luego: B corregida=B anterior+ΔB = 367339+637=367976 recuperados.

Entonces, el modelo corregido es: R=367976/(1+exp(-0.039233)t) ; con el origen (t=0), el día jueves 02 de Julio de 2020. Con este modelo, formulamos el pronóstico del día siguiente jueves 23 de Julio de 2020, empleando t=21; entonces: $\hat{R}$=255945 recuperados. Entonces, el error relativo porcentual cometido es:

e%=((255767-255945)/255945)x100%=-0.069546% ; el que es un error por defecto muy bajo, que otorga una buena precisión para los pronósticos que se efectúan. Enseguida, se repite el proceso, para formular el pronóstico de los recuperados para el día viernes 24 de Julio de 2020; y así sucesivamente. Presentaremos un cuadro resumido más adelante.
Para el caso del pronóstico diario de la suma de los hospitalizados y los fallecidos (H+F), también nos basamos en las cifras oficiales y empleando el cálculo estadístico de una media aritmética móvil. Para ello, necesitamos tener el acumulado diario de las diferencias diarias de ellos, que simbolizamos mediante: Δ(H+F). Por otro lado, también efectuaremos la acumulación de esas diferencias diarias, simbolizadas mediante: ∑[Δ(H+F)]. Con estas magnitudes, se efectúa el pronóstico diario. En primer lugar para el último día en que se tengan los datos oficiales, se efectúan:

Δ(H+F) = (H+F)actual - (H+F)anterior = Δ(H+F)
∑[Δ(H+F)] = ∑[Δ(H+F)] anterior + Δ(H+F)
La media móvil: $\overline{\Delta(H+F)}$= (∑[A(H+F)])/(Número de días considerado) Enseguida se procede con la estimación de $\widehat{(H+F)}$ para el día siguiente, mediante el empleo de la expresión:

$\widehat{(H+F)}$ = (H+F)actual + $\overline{\Delta(H+F)}$

Como ejemplo, presentamos las cifras que necesitamos para el cálculo, pero añadiendo 3688 fallecidos adicionales, anunciados por la nueva Ministra de Salud durante el Mensaje Presidencial (Perú, Mensaje Presidencial, 2020) , como resultado de una investigación de fallecidos sospechosos de coronavirus. Entonces:

1) Para el día miércoles 22 de Julio de 2020:
Δ(H+F)=26588-26326 (día martes 21 de Julio de 2020) = 262
∑[Δ(H+F)]=(15327+3688)+262=19277
$\overline{\Delta(H+F)}$= 19277/61 = 316.02 ≈ 316

2) Pronóstico para el día jueves 23 de Julio de 2020:
$\widehat{(H+F)}$ = (H+F) (miércoles 22 de Julio) + $\overline{\Delta(H+F)}$= (26588+3688)+316=30592

Pero en realidad, oficialmente para el jueves 23 de Julio de 2020= 30639.

Entonces, el error porcentual relativo cometido en el pronóstico, es de:
e%=((30592-30639)/30639)x100%=-0.153399% ; el cual es un error por defecto muy bajo, con el cual se tiene una buena precisión en los pronósticos que se efectúan. Más adelante presentamos un breve cuadro resumido relativo a estos pronósticos.

RESULTADOS

Enseguida se muestran los pronósticos diarios resumidos brevemente para algunos días, para el caso de los infectados, los recuperados y para la suma de los hospitalizados más los fallecidos. En el caso de los infectados y de los recuperados se señalan las magnitudes de la asíntota (B) y de la tasa de crecimiento (k) que van cambiando a medida que aumenta la cantidad de infectados oficiales (I) y además por el aumento de los recuperados oficiales (R) debido a las mejoras en la respuesta sanitaria del Sistema de Salud.

En primer lugar presentamos el caso de los infectados (TABLA N° 1), de acuerdo con el modelo logístico simple: I=B/(1+exp(-kt))

Tabla 1
Evolución de los pronósticos diarios de los infectados

FECHA	t	INFECTADOS OFICIALES (I)	INFECTADOS PRONOSTICADOS ($\hat{I}$)	ERROR RELATIVO PROCENTUAL (e%)	ASÍNTOTA (B)	TASA DE CRECIMIENTO (k)
Sábado 18/07/2020	29	349500	------	----------	495054	0.030375
Domingo 19/07/2020	30	353390	353100	-0.138579%	496520	0.030536
Lunes 20/07/2020	31	357681	357710	+0.008108%	498009	0.030527
Martes 21/07/2020	32	362087	361796	-0.080367%	499963	0.030619
Miércoles 22/07/2020	33	366550	366525	-0.006820%	502015	0.030627
Jueves 23/07/2020	34	371096	371044	-0.014013%	504207	0.030643
Viernes 24/07/2020	35	375961	375671	-0.077136%	506846	0.030730
Sábado 25/07/2020	36	379884	380862	+0.257447%	508245	0.030444
Domingo 26/07/2020	37	384797	383816	-0.254940%	510935	0.031580
Lunes 27/07/2020	38	389717	389775	+0.014883%	513607	0.031563
Martes 28/07/2020	39	395005	394664	-0.086328%	516782	0.031661
Miércoles 29/07/2020	40	400683	400327	-0.088848%	520474	0.031762
Jueves 30/07/2020	41	407492	406399	-0.268226%	525622	0.032070
Viernes 31/07/2020	42		414362			

Fuente: Elaboración Propia

En segundo lugar, presentamos el caso de los recuperados (TABLA N° 2), según el modelo logístico simple: R=B/(1+exp(-kt))

Tabla 2
Evolución de los pronósticos diarios de los recuperados

FECHA	t	RECUPERADOS OFICIALES (R)	RECUPERADOS PRONOSTICADOS ($\hat{R}$)	ERROR RELATIVO PORCENTUAL (e%)	ASÍNTOTA (B)	TASA DE CRECIMIENTO (k)
Sábado 18/07/2020	17	238086	---------	-----------	365494	0.039718
Domingo 19/07/2020	18	241955	242201	+0.101672%	366519	0.039541
Lunes 20/07/2020	19	245081	245855	+0.315814%	366484	0.039010
Martes 21/07/2020	20	248746	248203	-0.218295%	367339	0.039367
Miércoles 22/07/2020	21	252246	252457	+0.083649%	367976	0.039233
Jueves 23/07/2020	22	255945	255767	-0.069546%	368956	0.039342
Viernes 24/07/2020	23	259423	259676	+0.097524%	369680	0.039192
Sábado 25/07/2020	24	263130	262931	-0.075628%	370764	0.039306
Domingo 26/072020	25	267850	266867	-0.366996%	373295	0.039856
Lunes 27/08/2020	26	272547	272636	+0.032655%	375785	0.039808
Martes 28/07/2020	27	276452	277286	+0.301680%	377223	0.039368
Miércoles 29/07/2020	28	280044	280371	+0.116767%	378296	0.039200
Jueves 30/07/2020	29	283915	283650	-0.093338%	379796	0.039333
Viernes 31/07/2020	30		287810			

Fuente: Elaboración Propia
En tercer lugar, presentamos el caso de la suma de los hospitalizados y los fallecidos (TABLA N° 3), de acuerdo con el método del promedio móvil:

Tabla 3
Evolución de los pronósticos diarios de la suma de los hospitalizados y fallecidos.

FECHA	NÚMERO DE DÍAS (n)	SUMA DE HOSPITALIZADOS Y FALLECIDOS (H+F)	DIREFENCIAS DIARIAS Δ(H+F)	SUMATORIA DE LAS DIFERENCIAS DIARIAS ∑[Δ(H+F)]	PRONÓSTICO DE ($\widehat{H+F}$)	ERROR RELATIVO PORCENTUAL (e%)
Sábado 18/07/2020	57	25208	-130	14209	25594	+1.531260%
Domingo 19/07/2020	58	25496	288	14497	25457	-0.152965%
Lunes 20/07/2020	59	26156	660	15157	25746	-1.567518%
Martes 21/07/2020	60	26326	170	15327	26413	+0.330472%
Miércoles 22/07/2020	61	26588	262	19277	26581	-0.026345%
Jueves 23/07/2020	62	30639	4051	23328	30592	-0.153399%
Viernes 24/07/2020	63	30763	124	23452	31015	+0.819166%
Sábado 25/07/2020	64	31073	310	23762	31135	+0.199530%
Domingo 26/07/2020	65	31533	460	24222	31444	-0.282244%
Lunes 27/07/2020	66	31868	335	24557	31906	+0.119242%
Martes 28/07/2020	67	32020	152	24709	32240	+0.687071
Miércoles 29/07/2020	68	32307	287	24996	32389	+0.253815%
Jueves 30/07/2020	69	32509	202	25198	32675	+0.510628%
Viernes 31/07/2020	70				32874	

Fuente: Elaboración Propia

En cuarto lugar, presentamos el valor estimado del tiempo y de la fecha de ocurrencia de la extinción de la enfermedad, basado en los resultados obtenidos el día martes 28 de Julio de 2020. Para esa fecha, se tienen los modelos logísticos siguientes:

Infectados: $I=516782/(1+\exp(-0.031661)t)$; con $t=0$ el día viernes 19 de Junio de 2020.
Recuperados: $R=377223/(1+\exp(-0.039368)t)$; con $t=0$ el día jueves 02 de Julio de 2020.

Por otro lado, la tasa promedio de recuperación sanitaria es: $c=2048$ recuperados/día.
Con los datos anteriores, estimamos la cantidad máxima de infectados (Imax.), empleando la fórmula señalada en la sección 4, literal b:

$Imax.=258391+\sqrt{(258391^2-[((516782)(2048))/0.031661)]}\approx 440977$ infectados
Con el valor anterior, estimamos la fecha de ocurrencia del Imax.: $440977= 516782/(1+\exp(-0.031661)t)$ $t \approx 56$ días

Como $t=0$ el día viernes 19/06/2020; entonces, si $t=56$; Fecha: viernes 14 de Agosto de 2020.
Para la fecha anterior, estimamos la cantidad de recuperados; teniendo en cuenta el origen $t=0$ el jueves 02 de Julio de 2020. Entonces, para el viernes 14 de Agosto de 2020, se tiene que $t=43$ días. Luego: $R=377223/(1+\exp(-43x0.039368)) \approx 318601$ recuperados.

Enseguida, estimamos la suma de los hospitalizados y fallecidos hasta el día viernes 14 de Agosto de 2020; teniendo presente que el día martes 28 de Julio de 2020, se sabe que: $(H+F) = 32020$ personas y que $\overline{(\Delta(H+F))} = 369$ personas. Entonces, hasta el día viernes 14 de Agosto de 2020, han transcurrido $t = 17$ días; luego:
$(\widehat{(H+F)})$ del viernes 14 de Agosto de 2020 = $32020 + 17x369 = 38293$ personas.

Entonces, el total de personas recuperadas, hospitalizadas y fallecidas, estimadas para el día viernes 14 de Agosto de 2020; será: $m = R+H+F = 318601+38293 = 356894$ personas.

Con los valores anteriores, podemos estimar el tiempo requerido para la extinción de la enfermedad, empleando la fórmula señalada en la sección 4, literal d: $t_{(ext.)}= 516782/((0.031661)(516782-440977)) Ln[(440977)(516782-356894)/(516782)(440977-356894)]$ $t_{(ext.)}=(215.3202615) Ln(1.622617785) \approx 105$ días.

Con el valor anterior, estimamos la fecha de extinción de la enfermedad. Para ello, el origen $t=0$ es el día viernes 14 de Agosto de 2020; entonces, para $t = 105$ días después: Fecha: viernes 27 de Noviembre de 2020.

También podemos estimar la medida del número reproductivo básico (R0), cuando ocurra el máximo de infectados (Imax), mediante el empleo de la fórmula señalada en la sección 4, literal c, señalando que en el caso peruano hay $N \approx 33000000$ personas. Entonces: $(1+LnR_0)/R_0 =1- I_{max}/N=1-440977/33000000=0.98663706$

Luego: $0.98663706R0-LnR0-1=0$. Resolviendo por métodos numéricos la ecuación trascendente anterior; hallamos que: $R0 \approx 0.856255$

DISCUSION DE LOS RESULTADOS

En la TABLA N° 1, puede verse la evolución de los pronósticos diarios de la cantidad acumulada de infectados, en donde, se destaca la evolución de la magnitud de la asíntota B, y lo mismo para la tasa de crecimiento k, que han sido calculados diariamente, con las fórmulas y el procedimiento mostrado en la sección 5 literal i.

Cabe destacar que las magnitudes de los pronósticos de infectados, tienen errores porcentuales muy inferiores al 1%, lo que convierte a dichos pronósticos diarios de los infectados, en magnitudes precisas y confiables, para facilitar la toma de decisiones, que corresponden a la lucha contra el coronavirus en el Perú. Estas variaciones en el modelo logístico de los infectados, responden al impacto que generan los rebrotes de los contagios.

Lo mismo puede señalarse en la TABLA N° 2, en la evolución de los pronósticos diarios de la cantidad acumulada de recuperados. También, se destaca la precisión y confiabilidad de los pronósticos efectuados, en donde, los errores relativos porcentuales son mucho menores que el 1%. Estas variaciones en el modelo logístico de los recuperados, se deben al impacto que genera el mejoramiento de la respuesta sanitaria, del Sistema de Salud del Perú.

Cabe destacar entonces, la gran utilidad de las fórmulas y procedimientos de correcciones, en la asíntota (B) y en la tasa de crecimiento (k), que se han propuesto en la sección 5, en los literales e,f y g, que han proporcionado muy buena precisión y confiabilidad, en los pronósticos diarios de las cantidades de infectados y de recuperados.

En cambio, en la evolución diaria de la suma de los hospitalizados y los fallecidos, como resultado de haber aplicado el método de la media móvil, se han obtenido en la mayoría de los pronósticos, errores relativos porcentuales menores al 1%, y en algunos casos, menores al 2%. Es posible que haya contribuido a lo señalado, la cantidad de fallecidos del orden de 3688 fallecidos, que fue incorporada al registro de fallecidos, dado en el Mensaje Presidencial del día miércoles 22 de Julio de 2020, que ya hemos indicado anteriormente. Sin embargo, a pesar de ello, los pronósticos respectivos tienen la suficiente precisión y confiabilidad, para apoyar la toma de decisiones correspondientes.

Confiando en la buena precisión obtenida se han determinado a partir de los resultados del día martes 28 de Julio de 2020; se ha logrado estimar lo siguiente:
El máximo número de infectados: Imax. ≈ 440977 infectados.

Su fecha de ocurrencia: viernes 14 de Agosto de 2020
La fecha de la posible extinción de la enfermedad: viernes 27 de Noviembre de 2020
El Número Reproductivo Básico: R0 = 0.856255
Con respecto al número reproductivo básico: R0 ≈ 0.856, puede señalarse que en el pico de los infectados (Imax.) que ocurriría el viernes 14 de Agosto de 2020, sucedería que 1000 personas infectadas pueden contagiar a 856 personas no infectadas, lo que implica que la enfermedad tiende hacia la extinción (R0 < 1). Sin embargo, al ser R0 cercano a 1; ello implica, que no se deben descuidar, ni los procesos de seguridad ni de saneamiento, para no darle oportunidad al virus de originar rebrotes de contagios.

Finalmente, cabe señalar que la estimación del número máximo de infectados efectuada (440977), es en base al día martes 28 de Julio de 2020; sin embargo, haciendo una proyección empleando promedios en base a los modelos matemáticos presentados, se estima que para el día viernes 14 de Agosto de 2020 es muy posible que podrían haber aproximadamente un máximo número de infectados del orden de 487429.

CONCLUSIONES

Se ha determinado el modelo logístico simple, que establece la evolución diaria de la cantidad acumulada de los infectados por coronavirus en el Perú, considerando el impacto que generan los rebrotes de los contagios.

También, se ha hecho lo propio, con respecto a la cantidad acumulada de los recuperados de la enfermedad, teniendo en cuenta el impacto positivo, que generan las mejoras en la respuesta sanitaria del Sistema de Salud del Perú.

Las fórmulas y procedimientos de corrección, de los parámetros de estos modelos logísticos simples, permiten que ellos tengan una buena precisión y confiabilidad en sus estimaciones matemáticas, de modo que puedan ser útiles, en la toma de decisiones para la lucha contra el coronavirus.

Además, se ha establecido la metodología de la media aritmética móvil, para la estimación diaria de la suma de las cantidades acumuladas, de las personas hospitalizadas y fallecidos, que también contribuyen al análisis de la evolución de la enfermedad, y que cuentan con la suficiente precisión y confiabilidad para este propósito.

A partir de los resultados obtenidos el día martes 28 de Julio de 2020, se han hecho las estimaciones correspondientes, para obtener la cantidad máxima de los infectados (el pico de la curva) y su posible fecha de ocurrencia; y además, la magnitud del número reproductivo básico (R0), con su correspondiente interpretación. Además, se indica una estimación final del número máximo de infectados, en base a promedios fundamentado en los modelos matemáticos presentados, que podría alcanzar el valor de 487429 infectados.

También, se ha estimado la posible fecha de extinción de la enfermedad.

El seguimiento diario con estos modelos matemáticos, dada su precisión y confiabilidad, permitirá tener mayor acercamiento con la realidad, en la evolución diaria de la enfermedad, y podría ser útil en la toma de decisiones correspondientes.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

Bartolo, L., Ballesteros, F., & Miramontes, O. (Mayo de 2020). Revista Investigación y Ciencia. Obtenido de https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/una-crisis-csmica-798/cmo-modelizar-una-pandemia-18561
Clarin, E. (2020). Clarin Argentina. Obtenido de https://www.clarin.com
eldiario.es. (2020). eldiario.es. Obtenido de https://www.eldiario.es
Gamboa Perez, M. (2017). Estudio en tiempo discre-

to de la expansión de una epidemia. Madrid.
Garcia, B. L. (2010). Persistencia, extinción e invasión de una epidemia: Retroalimentación de un modelo matemático. D.F. Mexico.
Granadillo de la Hoz, E., & Polo Lopez, L. (2016). Análisis de modelos matemáticos de predicción del comportamiento de epidemias en grupos sociales mediante de simulación basada en agentes. Saber, ciencia y libertad, 11(2), 105-110.
Guirao Piñera, A. (2020). Revista Digitum. Obtenido de https://digitum.um.es/digitum/bitstream/10201/88621/1/
Jianxi Lou. (2020). Singapore University of Technology. Obtenido de Uniersidad de Singapur: http://sutd.edu.sg
Medina, Mendiata, J., Cortes, Cortes, M., & Cortes, Iglesias, M. (2020). Ajuste de curvas de crecimiento poblacional aplicadas a la COVID-19 en Cuba. Obtenido de http://www.revhabanera.sld.cu/index.php/rhab/article/view/3333
Ministerio de Salud. (2020). Sala Situacional COVID 19. Obtenido de Ministerio de Salud: https://covid19.minsa.gob.pe/sala-situacional.asp
Montesinos-Lopez, O. A., & Hernandez-Suarez, C. M. (2007). Modelos matemáticos para enfermedades infecciosas. Salud pública de México, 49, 218-226. Mexico.
Navas-Ureña, J., Esteban, F., & M., Q.-T. J. (2002). Modelos matemáticos en biologia. Jaén.
News, M. (25 de mayo de 2020). Microsoft. Obtenido de https://www.msm.com/es-pe/noticias/peru
Perú, P. d. (2020). Mansajes Televisados a la nación. (IRTP, Entrevistador)
Perú, P. d. (Julio de 2020). Mensaje Presidencial. (IRTP, Entrevistador)
Pliego, E. (2011). Modelos epidemiológicos de enfermedades virales infecciosas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, 20, 21-22. Puebla.
Schabauer, G., Baca, G., & Schabauer, N. (2020). Modelo Logístico aplicado al pronóstico diario de infectados por corona virus en el Perú. CITEK.
Stewart, J. (2001). Calculus: Concepts and Contacts, single variable (Second Edition). California: Brooks/Cole. Thomson Learning. Pacific Grove.
Times, T. N. (30 de abril de 2020). The New York Times. Obtenido de https://www.nytimes.com/es/2020/04/30/espanol/america-latina
Valencia, U. d. (2012). https://www.uv.es. Obtenido de Universidad de Valenci.
Verdes Piñeiro , M. (2015). Síintesis de dinámica de poblaciones, con aplicación de sistemas de pesca/capturas. Madrid: Universidad Nacional de Educación a ditancia.
Wikipedia. (8 de julio de 2020). Wikipedia. Obtenido de https://es.wikipedia.org